コンピュータグラフィックス特論 Ⅱ

第7回　キーフレームアニメーション（2）

九州工業大学　尾下 真樹

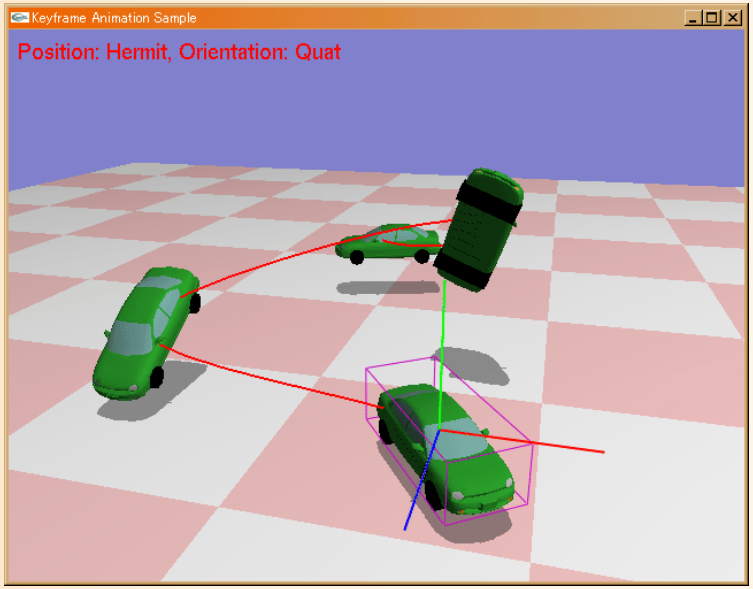
2021年度

今日の内容

- 向きの補間
  - オイラー角
  - 四元数と球面線形補間
  - 相互変換
- アニメーションプログラミング
- レポート課題

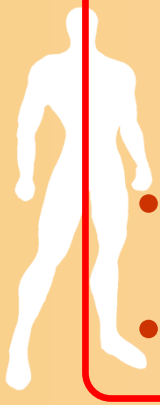
キーフレームアニメーション

- 入力された複数のキーフレーム（時刻・状態の組）からアニメーションを生成
  - 少数のキーフレームの情報から、連続的なアニメーションを生成
  - 前後のキーフレームの状態（位置・向き）を補間して、キーフレーム間の任意時刻の状態を生成
    - 位置や向きの補間の計算が必要となる



全体の内容

- キーフレームアニメーションの基礎
- サンプルプログラム
- 行列・ベクトルを扱うプログラミング
- 位置補間
  - 線形補間、Hermite曲線、Bézier曲線、B-Spline曲線
- 向きの補間
  - オイラー角、四元数と球面線形補間、相互変換
- アニメーションプログラミング
- レポート課題

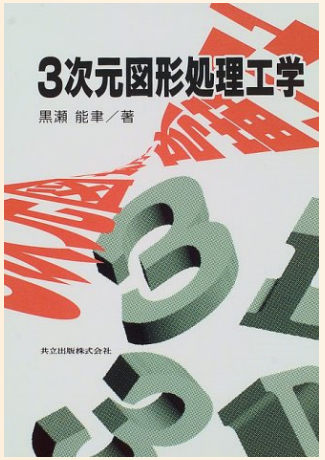


今日の内容

- 向きの補間
  - オイラー角
  - 四元数と球面線形補間
  - 相互変換
- アニメーションプログラミング
- レポート課題

参考書

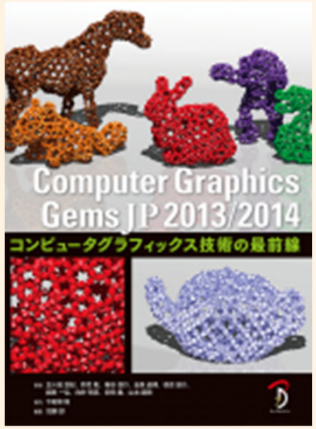
- 「3DCGアニメーション」
  栗原恒弥・安生健一 著、技術評論社、¥2,980
  - アニメーション技術全般を解説
- 3次元図形処理工学
  黒瀬 能聿 著、共立出版、¥2,600
  - 曲線・曲面について詳しく説明



- vecmathを理解するための数学
  平鍋 健児 著（四元数の詳しい解説）
  - http://www.objectclub.jp/download/vecmath1

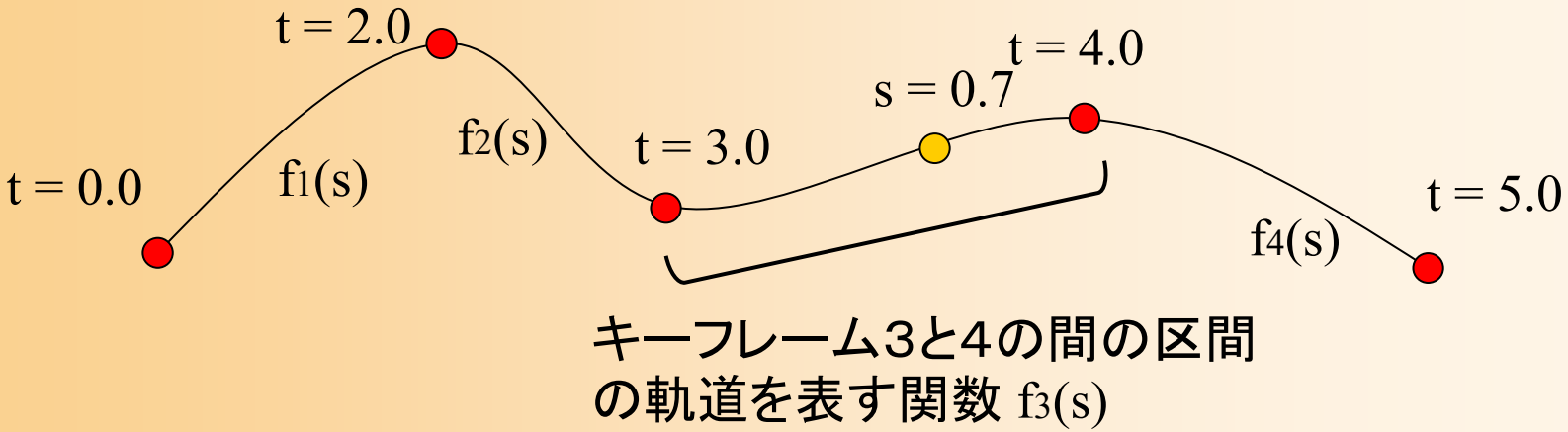
参考書(続き)

- Computer Graphics Gems JP 2013/2014「パラメトリックポーズブレンド」
  - 回転の補間方法についての詳しい解説



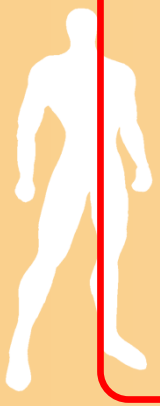
補間の考え方（復習）

- 補間関数
  - 軌道全体を各キーフレーム間の区間に分ける
  - 各区間の軌道を何らかの関数により表現
    - 通常は、区間の前後の制御点をもとに、関数を決定
  - 全体の時刻から、現在の区間内のローカル時間を計算（例：s = 0.0 ～ 1.0 の範囲とする）



位置・向きの補間（復習）

- 位置の補間方法
  - 位置の表現方法
    - 位置ベクトルによる表現
  - 位置の補間方法
    - 線形補間、Hermite曲線、Bézier曲線、B-Spline曲線
- 向きの補間方法
  - 向きの表現方法
    - 回転行列、オイラー角、回転軸と回転角度、四元数
  - 向きの補間方法
    - オイラー角、四元数




Keyframe Animation
Layout Mode
Position: Linear, Orientation: Eular
キーフレームアニメーション
Keyframe Animation

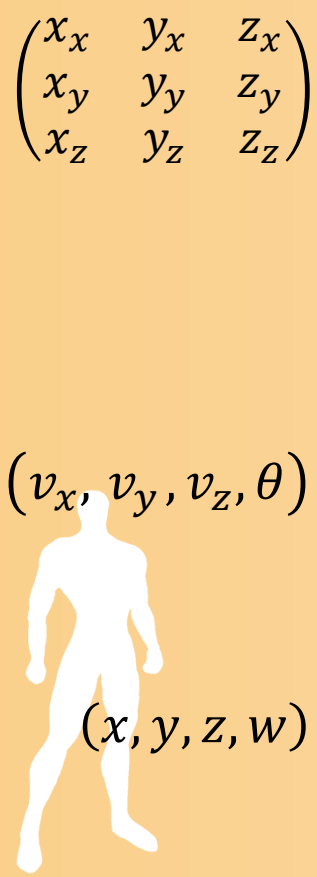
向きの補間

向きの表現と補間方法

- 向きの表現方法
  - 回転行列による表現（３×３行列） $\begin{pmatrix} x_x & y_x & z_x \\ x_y & y_y & z_y \\ x_z & y_z & z_z \end{pmatrix}$
    - 基本的な表現方法（OpenGL等に向きの情報を渡すときには、回転行列で表現する必要がある）
    - 余計なデータが多い、補間は難しい
  - オイラー角による表現 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$
    - 各回転軸ごとに回転角度を補間できる
  - 回転軸と回転角度による表現 (v_x, v_y, v_z, θ)
  - 四元数による表現 (x, y, z, w)
    - 球面線形補間を使って向きを全体的に補間できる

向きの表現方法と相互変換

- 回転行列による表現方法が基本



直感的に回転を指定できる

各回転軸ごとに回転角度を補間できる

球面線形補間を使って回転を補間できる
（より自然な補間結果が得られる）

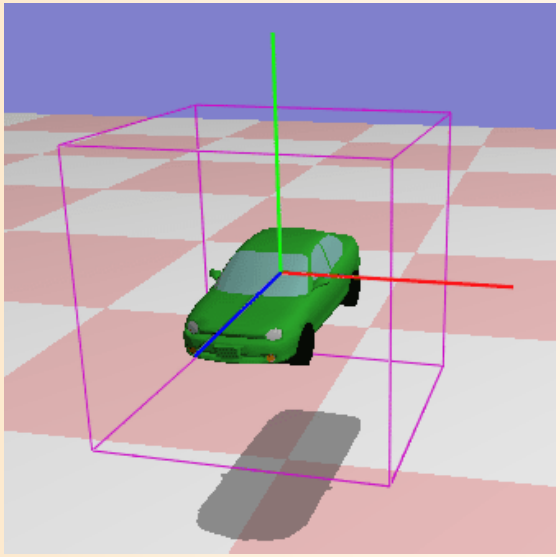
向きと回転の関係

- 向きと回転の違いは何か？
- 向きは回転によって表現できる
  - 初期状態からの回転により表現
  - 一つの向きを複数の回転により表せる
    - 例：Y軸周りに90度回転、－270度回転、450度回転は、全て同じ向きになる
    - 表現を一通りにするためには、何らかの制約が必要
- 回転は向きでは表せない
  - 180度を超える回転は、向きでは表せない

回転行列による表現

- 回転行列（３×３行列）による表現
  - 各列が、ワールド座標系における、モデル座標系のX軸・Y軸・Z軸の方向ベクトルを表す
  - 各列の長さは1で、互いに直交する必要がある
  - 向きが一意に決まる
    - 一つの向きの表現方法は、一通りしかない

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} x_x & y_x & z_x \\ x_y & y_y & z_y \\ x_z & y_z & z_z \end{pmatrix}$$



回転行列の補間

- そのまま補間することは難しい
  - ３×３行列の各要素を別々に補間すると、回転行列の制約が満たされない
    - 各列の長さは1で、互いに直交する必要がある

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} x_x & y_x & z_x \\ x_y & y_y & z_y \\ x_z & y_z & z_z \end{pmatrix}$$

オイラー角による表現

- 各軸周りの回転角度(Θ)の組で向きを表現
  - 回転行列の積によって全体の向きを計算

$$\mathbf{M} = R_z(\theta_2) \cdot R_x(\theta_1) \cdot R_y(\theta_0)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 \\ 0 & \sin\theta_1 & \cos\theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta_0 & 0 & \sin\theta_0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_0 & 0 & \cos\theta_0 \end{pmatrix}$$

  - ※ 回転行列の適用順序によって向きが変わる
    - 適切な軸と順序をあらかじめ決めておく必要がある
    - 方位角(y軸周りの回転) → 仰角(x軸周りの回転) → 回転角(z軸周りの回転) がよく使われる

回転行列からオイラー角への変換

- オイラー角表現での、回転軸の適用順序によって異なる
- 前スライドの行列（Θ_0～Θ_2の式）の、回転行列の各要素（３×３）の連立方程式より計算
- そのままでは複数の解が存在してしまうので、回転角度の範囲に関する仮定を置く必要がある
  - 例：仰角は -90度～90度の範囲 など

回転行列からオイラー角への変換

- 例: 方位角 → 仰角→ 回転角 の場合
  - 仰角は －90度～90度の範囲と仮定
  - Z軸の x座標・z座標から、方位角を計算

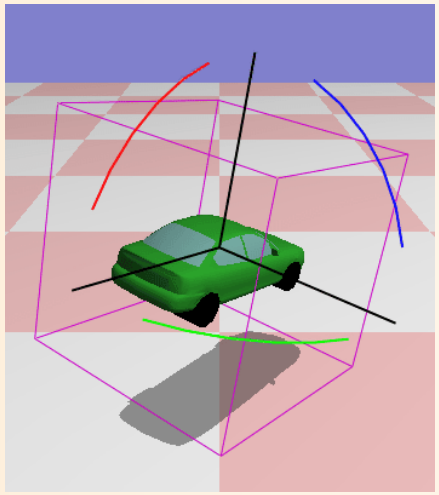
$$\theta_{\text{yaw}} = \tan^{-1}\frac{\mathbf{Z}_x}{\mathbf{Z}_z} \quad or \quad \tan^{-1}\frac{\mathbf{Z}_x}{\mathbf{Z}_z} + \pi\left(\mathbf{Z}_x < 0\right)$$

  - Z軸の y座標・xz座標から、仰角

$$\theta_{\text{pitch}} = \tan^{-1}\frac{\cos\theta_{\text{yaw}}\mathbf{Z}_y}{\mathbf{Z}_z} \left(or \tan^{-1}\frac{\mathbf{Z}_y}{\sqrt{\mathbf{Z}_x \cdot \mathbf{Z}_x + \mathbf{Z}_z \cdot \mathbf{Z}_z}} \right)$$

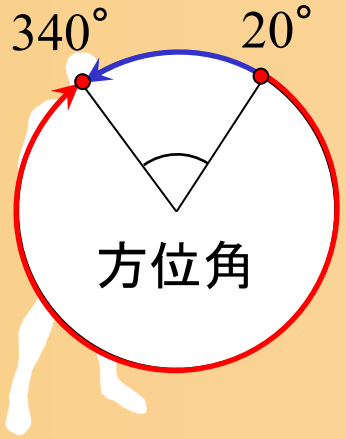
  - Y軸の回転から、回転角を計算

$$\theta_{\text{roll}} = \tan^{-1}\frac{\cos\theta_{\text{pitch}}\left(\sin\theta_{\text{yaw}}\mathbf{Y}_z - \cos\theta_{\text{yaw}}\mathbf{Y}_x\right)}{\mathbf{Y}_y}$$



オイラー角の補間

- 各回転角度（Θ_0～Θ_2）を独立に補間
  - 位置の補間方法と同じ方法がそのまま適用可能
  - 方位角の補間には、注意が必要
    - 仰角は －90～90度の間、回転角は －180～180度 の間で変化すると仮定できる（これらの範囲を超えない）
    - 方位角は、0～360度（or －180～180度など）の間で変化するが、範囲の境界は連続している
      - 例：20度→340度に変化するときには、＋320度ではなく、－40度の方向に変化するべき
      - 2つの向きの差が 180度以下になるように変換してから補間
      - 例：20度→380度に変換してから、380度と340度の間を補間



オイラー角の補間の問題

- 2つの方向の間が真っすぐに補間されない
  - オイラー角による表現では、前の回転軸周りの回転により、次の回転軸が回転して影響を受けるため
    - 四元数による表現を使うことで、問題を解決できる

プログラム例(1)

- オイラー角による向きの補間の処理の流れ

```
// 区間の両端点の向きを取得
const Matrix3f &  o0 = keyframes[ seg_no ].ori;
const Matrix3f &  o1 = keyframes[ seg_no + 1 ].ori;

// オイラー角表現に変換
float  y0, p0, r0;
float  y1, p1, r1;
ConvMatToEular( o0, y0, p0, r0 );
ConvMatToEular( o1, y1, p1, r1 );

...
```

方位角(y0, y1)、仰角(p0, p1)、回転角(r0, r1)

回転行列からオイラー角表現への変換
前のスライドの計算を実装した関数

```
//  回転行列からオイラー角への変換（yaw → pitch → roll の順の場合）
void  ConvMatToEular( const Matrix3f & m, float & yaw, float & pitch, float & roll )
{
    ...
```

プログラム例(2)

- オイラー角による向きの補間の処理の流れ

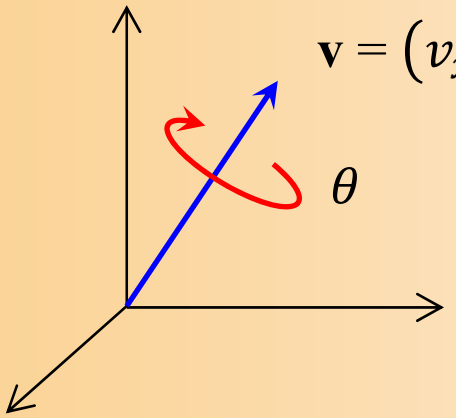
```
// 各回転角度を線形補間
float  y, p, r;
if ( y0 < y1 - M_PI )
    y0 += 2.0f * M_PI;
else if ( y0 > y1 + M_PI )
    y0 -= 2.0f * M_PI;

y = ( y1 - y0 ) * t + y0;
p = ( p1 - p0 ) * t + p0;
r = ( r1 - r0 ) * t + r0;

// 行列表現に変換して出力
・・・
```

方位角の差が－180～180度になるように変換
前のスライドの式を記述
（単位はラジアン、M_PI は π ）

線形に補間

回転軸と回転角度による表現

- 回転軸と回転角度による向きの表現



(v_x, v_y, v_z, θ)

  - 任意の回転軸を用いることで、一つの回転のみで、どのような向きも表現できる
  - 回転軸は長さ 1 の単位ベクトルとする

$$|\mathbf{v}| = 1$$

四元数による表現

- 単位四元数
  - 回転軸と回転角度による表現から変換

$$(v_x, v_y, v_z, \theta)$$

$$(x, y, z, w) = \left(v_x \sin\frac{\theta}{2}, v_y \sin\frac{\theta}{2}, v_z \sin\frac{\theta}{2}, \cos\frac{\theta}{2}\right)$$

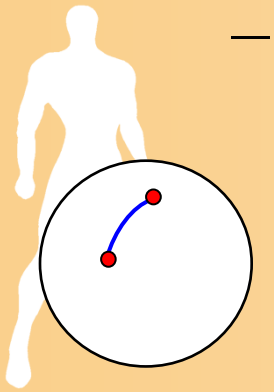
- 単位四元数を使うメリット
  - 球面線形補間という、2つの向きの間を最短距離で補間する計算方法が使えるようになる

四元数

- 四元数（Quaternion、クオータニオン）
  - 数学的には虚数を4次元に拡張したような概念

$$\mathbf{q} = (x, y, z, w) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} + w = ((x, y, z), w)$$

  - 和、差、スカラ倍、共役 などの各種演算が定義できる
  - 向きを表す四元数は、単位四元数となる
    - 長さが1 $|\mathbf{q}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + w^2} = 1$
    - 4次元空間での半径1の球面上の点として表せる → 球面上の最短経路上の点から向き補間を計算できる



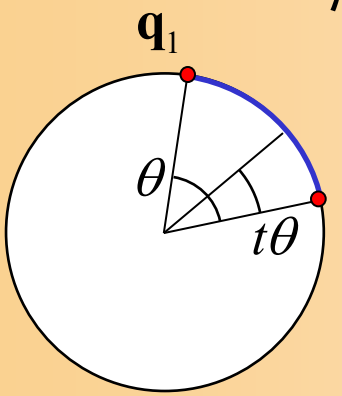
単位四元数の補間

- 球面線形補間
  （SLERP：**S**herical **L**enear Int**erp**olation）
  - 四元数により表された2つの向きを補間

$$\mathbf{q} = \frac{\sin(1-t)\theta}{\sin\theta}\mathbf{q}_0 + \frac{\sin t\theta}{\sin\theta}\mathbf{q}_1$$

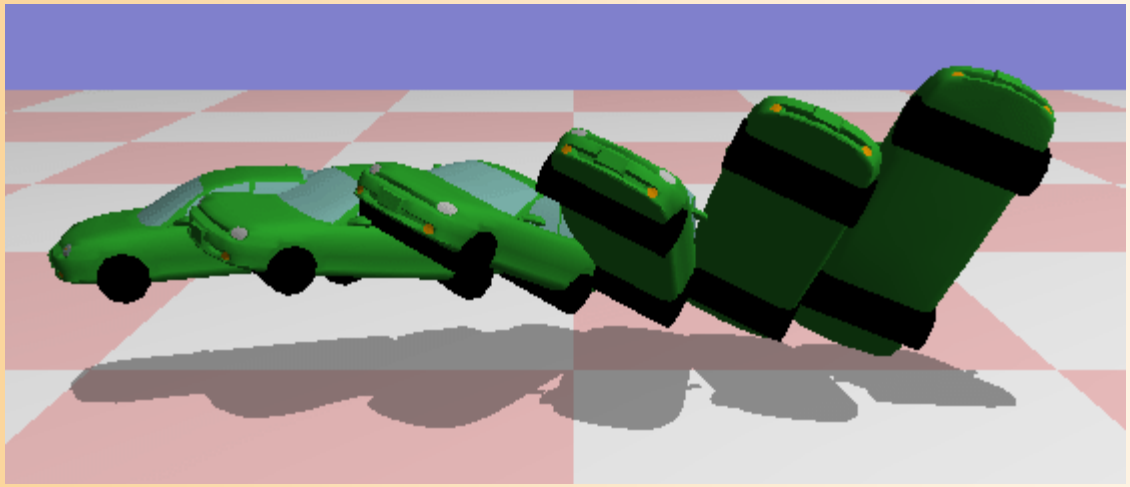
ただし、

$$\theta = \angle\mathbf{q}_0\mathbf{q}_1 = \cos^{-1}(\mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{q}_1) = \cos^{-1}(x_0x_1 + y_0y_1 + z_0z_1 + \theta_0\theta_1)$$

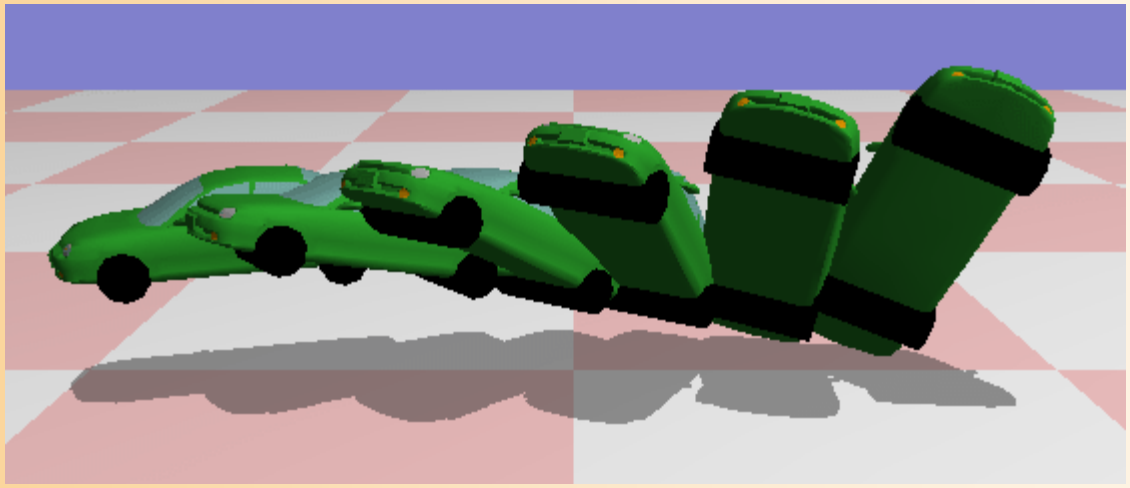


オイラー角による補間との比較

オイラー角



四元数



四元数と回転行列の間の変換(1)

- 単位四元数から回転行列への変換
  - 任意ベクトル周りの回転行列に相当

If the scalar part has value w, and the vector part values x, y, and z, the corresponding matrix can be worked out to be

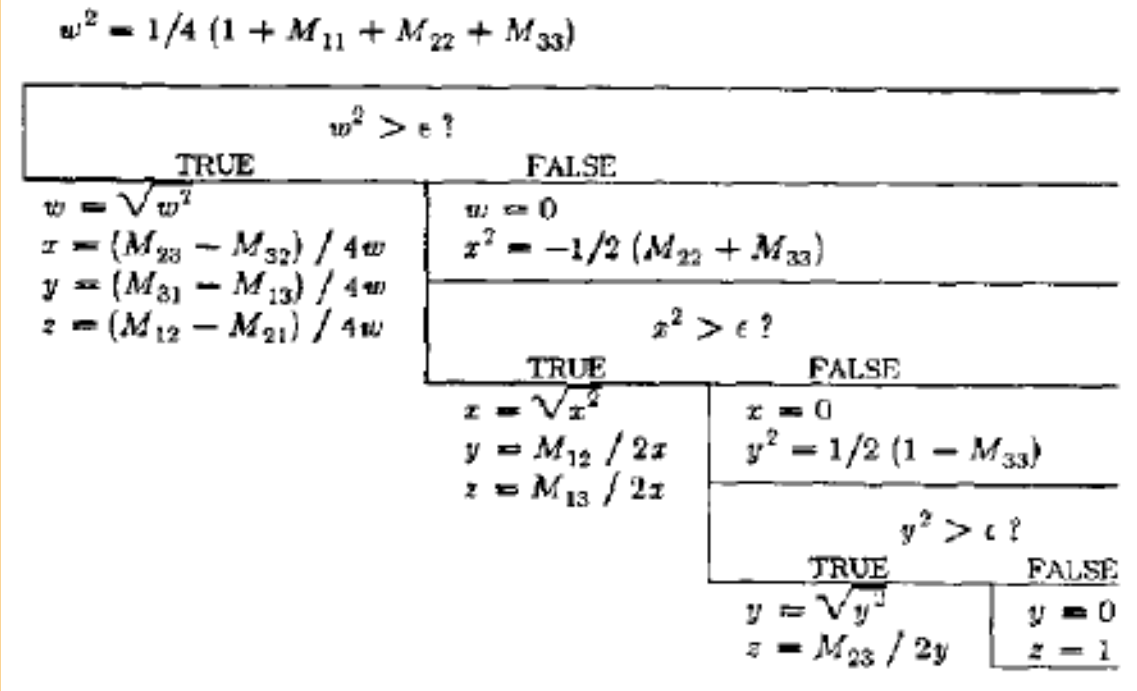
$$M = \begin{bmatrix} 1-2y^2-2z^2 & 2xy+2wz & 2xz-2wy \\ 2xy-2wz & 1-2x^2-2z^2 & 2yz+2wx \\ 2xz+2wy & 2yz-2wx & 1-2x^2-2y^2 \end{bmatrix}$$

when the magnitude $w^2+x^2+y^2+z^2$ equals 1. The

Ken Shoemake, “Animating Rotation with Quaternion Curves”, Proc. of SIGGRAPH ‘85, pp. 245-254, 1985. より

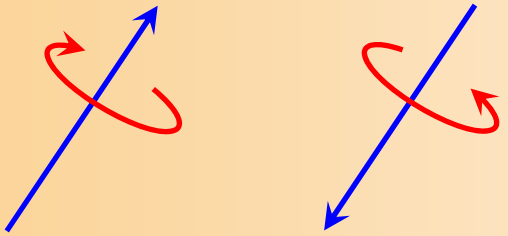
四元数と回転行列の間の変換(2)

- 回転行列から単位四元数への変換
  - 回転行列の対角成分が回転角度を表す
  - ゼロ割を防ぐための特例を追加する必要がある

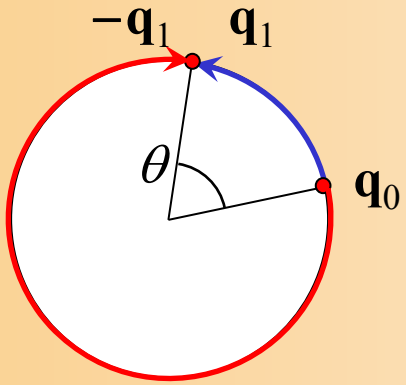


単位四元数の補間の注意

- 1つの向きの表現方法は2通りある
  - (x, y, z, w) と $(-x, -y, -z, -w)$ は共役解



- 向きの間を補間する際は、通常、角度が小さくなる方の共役解を使用する



プログラム例

- 四元数による向きの補間の処理の流れ

```
// 区間の両端点の向きを取得
const Matrix3f &  o0 = keyframes[ seg_no ].ori;
const Matrix3f &  o1 = keyframes[ seg_no + 1 ].ori;

// 行列による向きの表現を四元数による表現に変換
Quat4f  q, q0, q1;
q0.set( o0 );    q1.set( o1 );

// 2つの四元数の間の角度が90度以上あれば、共役の四元数を使用
if ( q0.x * q1.x + q0.y * q1.y + q0.z * q1.z + q0.w * q1.w < 0 )
    q1.negate( q1 );

// 球面線形補間を計算
・・・

// 計算後の四元数を行列表現に変換
```

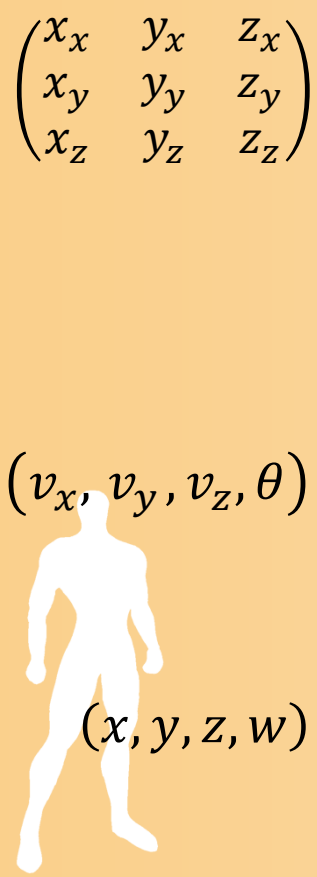
球面線形補間（前のスライドの式）を自分で計算 or vecmath の Quat4 クラスのメソッド（interpolate()）を使って計算

向きの表現方法のまとめ

- 向きの表現方法
  - 回転行列による表現（３×３行列） $\begin{pmatrix} x_x & y_x & z_x \\ x_y & y_y & z_y \\ x_z & y_z & z_z \end{pmatrix}$
    - 基本的な表現方法
    - 余計なデータが多い、補間は難しい
  - オイラー角による表現 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$
    - 人間にとって記述がしやすい
    - 各回転軸ごとに回転角度を補間できる
  - 回転軸と回転角度による表現 (v_x, v_y, v_z, θ)
  - 四元数による表現 (x, y, z, w)
    - 球面線形補間を使って向きを全体的に補間できる

向きの表現方法と相互変換

- 回転行列による表現方法が基本



直感的に回転を指定できる

各回転軸ごとに回転角度を補間できる

球面線形補間を使って回転を補間できる
（より自然な補間結果が得られる）

向きの表現方法の決定

- 自分のプログラムでどのような表現方法を用いるか？
  - どちらにしても、描画のため、最後は回転行列の形にする必要がある
  - 方法１：オイラー角または四元数として扱い、最後だけ回転行列に変換
  - 方法２：回転行列として扱い、必要に応じて四元数やオイラー角に変換
  - 視点操作の回の、変換行列を使う方法とパラメタ表現（オイラー角）を使う方法の使い分けと同じ

キャラクタ・アニメーション

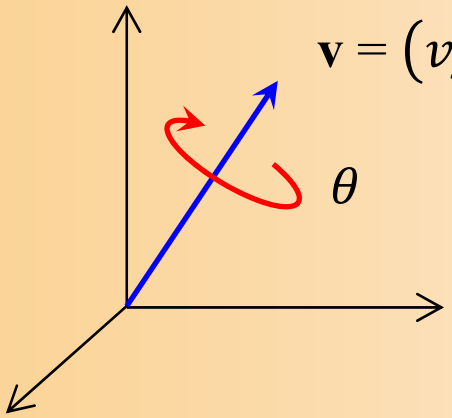
- 人体を多関節体として扱い、各関節の回転によって姿勢を表現する
  - 関節の回転の表現方法
    - 昔はオイラー角が一般的に使われていた
      - キーフレームアニメーションを行ったときに関節の回転が不自然になる
    - 最近は回転行列・四元数による表現が一般的に使われている
  - 基準部位（腰）の位置も必要
  - 詳細は、後日の講義で説明

補足：複数の回転の補間

- 用途によっては、3つ以上の向き・回転を補間する必要がある
  - 動作補間により、複数の動作データを混合して新しい動作を生成する場合など
- 四元数を使った球面線形補間では、2つの向き・回転の補間しかできない
- 対数ベクトル表現を使うことで複数の向き・回転の補間が可能

対数ベクトル表現

- 回転軸と回転角度による向きの表現

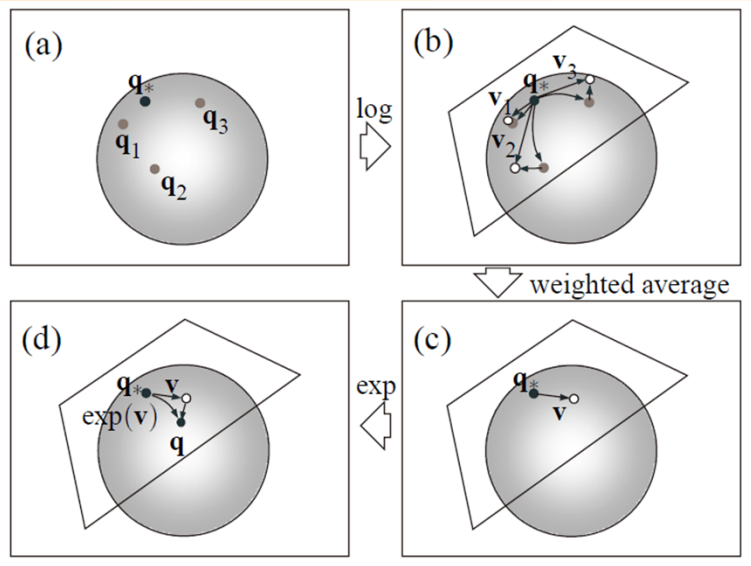


(v_x, v_y, v_z, θ)

- 単位四元数 $\left(v_x \sin\frac{\theta}{2}, v_y \sin\frac{\theta}{2}, v_z \sin\frac{\theta}{2}, \cos\frac{\theta}{2}\right)$
- 対数ベクトル $\left(v_x \frac{\theta}{2}, v_y \frac{\theta}{2}, v_z \frac{\theta}{2}\right)$

対数ベクトル表現による補間

- 四元数を対数ベクトル表現に変換
- 対数ベクトルの線形補間により、複数の回転を補間できる
  - 単純に補間すると誤差が大きくなる
  - 平均回転 q* を求めて、それと各回転の差分を表すベクトルを補間



Sang Il Park, Hyun Joon Shin, Sung Yong Shin, "On-line locomotion generation based on motion blending", ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation 2002, pp. 105-111, 2002.

向きの表現方法のまとめ

- 向きの表現方法
  - 回転行列による表現（３×３行列）$\begin{pmatrix} x_x & y_x & z_x \\ x_y & y_y & z_y \\ x_z & y_z & z_z \end{pmatrix}$
    - 基本的な表現方法、補間は難しい
  - オイラー角による表現 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$
    - 人間にとって記述がしやすい
    - 各回転軸ごとに回転角度を補間できる
  - 回転軸と回転角度による表現 (v_x, v_y, v_z, θ)
  - 四元数による表現 (x, y, z, w)
    - 球面線形補間を使って向きを全体的に補間できる
  - 対数ベクトルによる表現 (x, y, z)
    - 3つ以上の回転の補間（微小な回転の補間）

向きの表現方法と相互変換

- 回転行列による表現方法が基本

$\begin{pmatrix} x_x & y_x & z_x \\ x_y & y_y & z_y \\ x_z & y_z & z_z \end{pmatrix}$ 回転行列 ⟷ オイラー角 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$

直感的に回転を指定できる

(v_x, v_y, v_z, θ) 回転軸・角度

各回転軸ごとに回転角度を補間できる

(x, y, z, w) 四元数

球面線形補間を使って回転を補間できる（より自然な補間結果が得られる）

(v_x, v_y, v_z) 対数ベクトル

3つ以上の回転（微小な回転）を補間できる

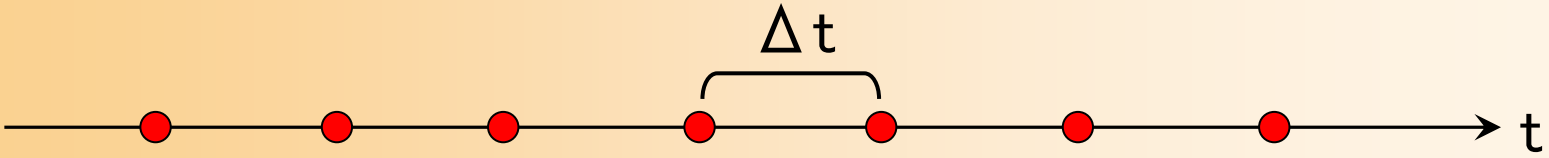
今日の内容

- 向きの補間
  - オイラー角
  - 四元数と球面線形補間
  - 相互変換
- アニメーションプログラミング
- レポート課題

アニメーションプログラミング

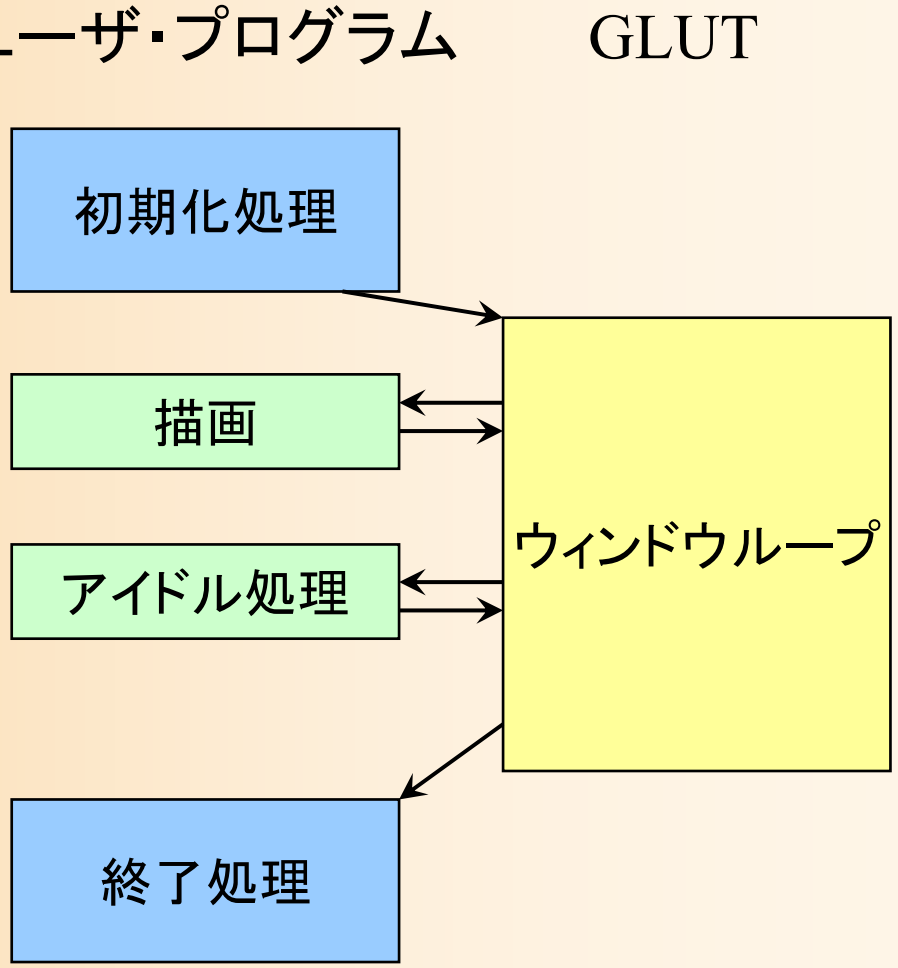
アニメーションプログラミング

- アニメーション速度を一定に保つための工夫
  - アニメーション処理（アイドル処理）が一定周期で実行される保証はない
  - アイドル処理が呼ばれる毎に一定時間アニメーションを進めるような単純なプログラムでは、コンピュータの性能や画面サイズなどにより、アニメーションの速度が大きく変わってしまう
  - 描画速度に合わせて、アニメーションの速度を自動的に調節するような工夫が必要



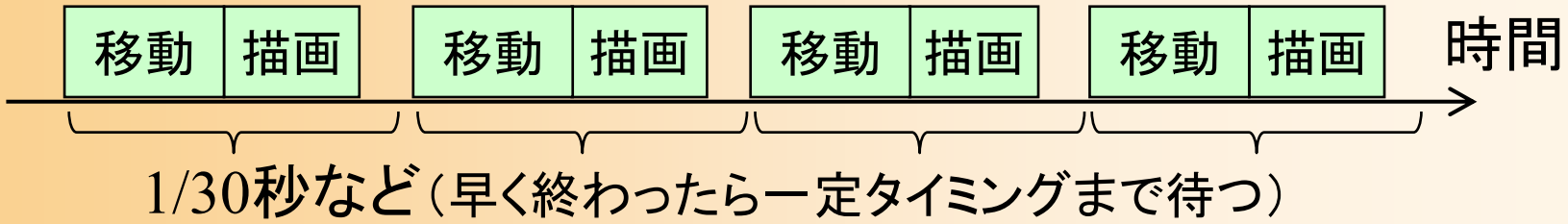
GLUTのイベントモデル（復習）

- イベントドリブン
  - 描画処理やアイドル処理を設定しておくことで、必要なときにそれらが呼ばれる
  - アイドル処理は、定期的に呼ばれる
    - アニメーション処理をここに記述
    - どれくらいの頻度で呼ばれるかは不明

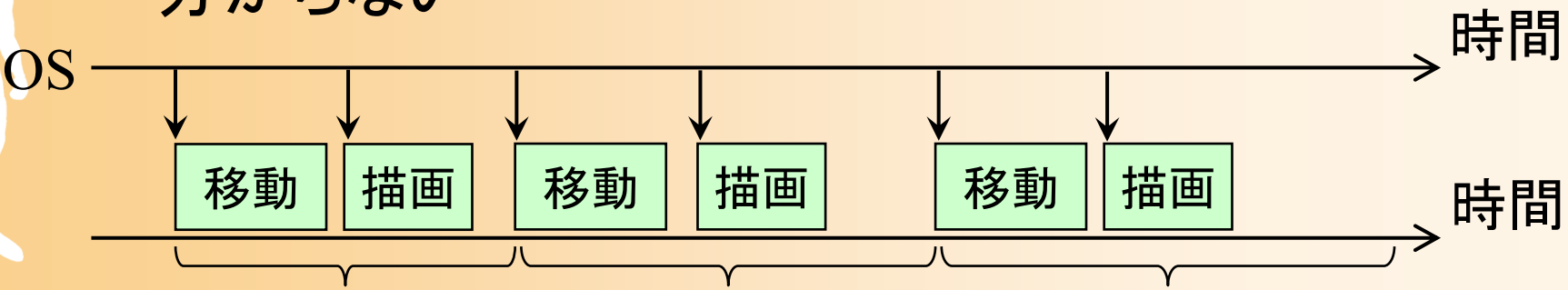


アニメーションの処理

- 非マルチプロセス環境（ゲーム専用機など）
  - 常に一定のタイミングで処理ができる



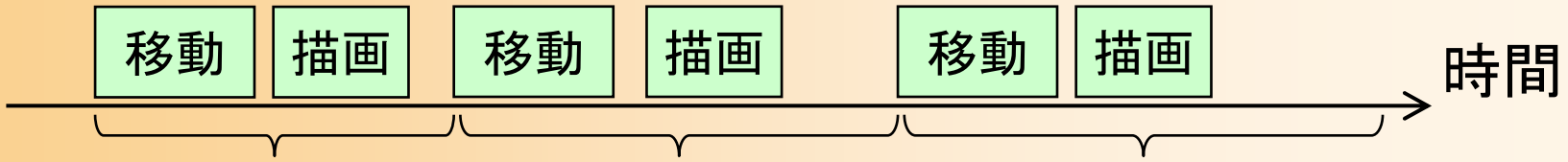
- マルチプロセス環境（Windows, Java など）
  - どのようなタイミング・頻度で処理が呼ばれるか分からない



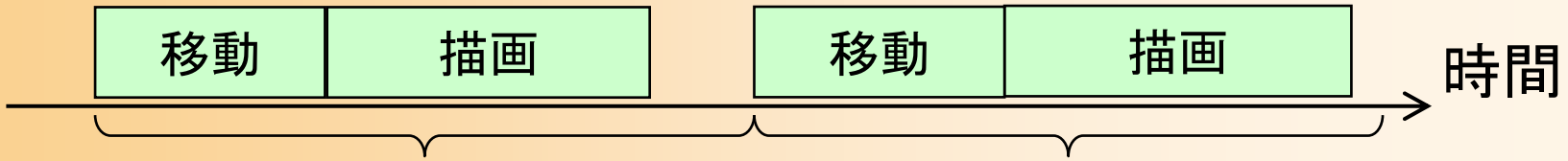
再生速度の問題

- 1度のアニメーション処理の度に一定量移動を行う、というプログラムになっていると・・・
  - アニメーション処理が呼び出される頻度によって、移動速度が異なってしまう

実行回数が多いので、結果的に沢山移動



実行回数が少ないので、結果的に少しだけ移動

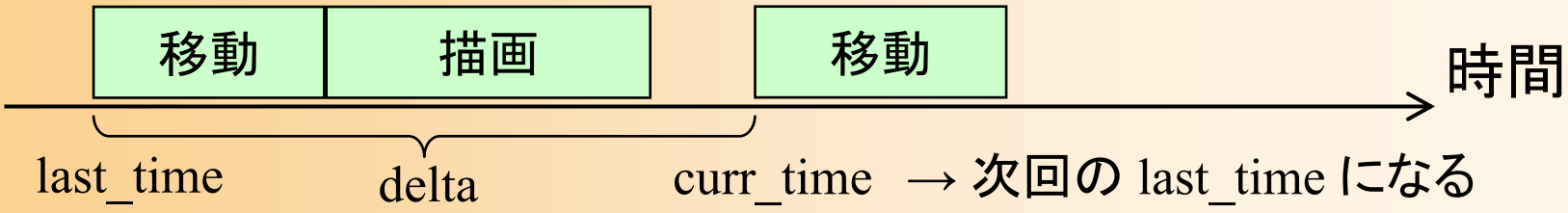


再生速度を一定にする工夫

- アイドル関数（移動処理）での移動量を調整
  - 現在の時刻を取得　→　curr_time
  - 前回呼ばれたときとの時間の差を計算

    delta = curr_time – last_time;
  - delta の大きさに合わせて、物体を動かす
  - 今回の時刻を記録

    last_time = curr_time;
  - last_time は、静的である必要がある



時刻の取得

- C標準関数
  - time()　秒単位の精度でしか取得できない
  - clock()　CPU時間を取得、CLOCKS_PER_SEC で割る
- Windows API 関数
  - timeGetTime() OS起動時からの経過時間を取得
    - C標準関数よりも高い精度
    - 古い Windows (95など)では、精度が悪い(10ミリ秒程度)ので、timeBeginPeriod() で調整
  - QueryPerformanceCounter() CPUのクロックカウンタにもとづいた高精度な経過時間を取得可能

プログラム例

- サンプルプログラムでのアニメーション処理

```
// アニメーションの再生時間
float  animation_time = 0.0f;

// アイドル時に呼ばれるコールバック関数
void  IdleCallback( void )
{
    // システム時間を取得し、前回からの経過時間に応じてΔtを決定
    static DWORD  last_time = 0;
    DWORD  curr_time = timeGetTime();
    float  delta = ( curr_time - last_time ) * 0.001f;
    if ( delta > 0.1f )
        delta = 0.1f;
    last_time = curr_time;
    animation_time += delta;
```

前回の処理時刻を記録する
静的変数を定義

システム時刻（今回の処理
時刻）を取得

時刻の差分から、アニメーションを進める時間を計算
一定値以上は大きくならないようにする

まとめ

- キーフレームアニメーションの基礎
- サンプルプログラム
- 行列・ベクトルを扱うプログラミング
- 位置補間
  - 線形補間、Hermite曲線、Bézier曲線、B-Spline曲線
- 向きの補間
  - オイラー角、四元数と球面線形補間、相互変換
- アニメーションプログラミング
- レポート課題

レポート課題

- 位置・向き補間を実現するプログラムを作成
  1. Hermite曲線による位置補間
  2. Bézier曲線による位置補間
  3. B-Spline曲線による位置補間
  4. 四元数と球面線形補間による向き補間
  - サンプルプログラム（keyframe_sample.cpp）をもとに作成したプログラムを提出
    - 他の変更なしのソースファイルやデータは、提出する必要はない
  - Moodleの本講義のコースから提出
  - 締切：Moodleの提出ページを参照

レポート課題 提出方法

Moodleから、以下の2つのファイルを提出

- 作成したプログラム（テキスト形式）
  - keyframe_sample.cpp
- 変更箇所のみを抜き出したレポート（PDF）
  - Moodle に公開している LaTeX のテンプレートをもとに、作成する
    - これまでのレポートと同様

レポート課題 演習問題

- レポート課題の提出に加えて、レポート課題の理解度を確認するための Moodle 演習問題にも解答する
  - 解答締切は、レポート提出と同じ
    - 締切までは解答を変更可、締切後に正解が表示
  - レポート課題のヒントにもなっているので、レポート課題で分からない箇所がえれば、演習問題の説明・選択肢を参考にして考えても良い
  - 本演習問題の点数は、演習課題の成績の一部として考慮する

次回予告

- 物理シミュレーション
  - 物理シミュレーションの種類
  - 剛体の物理シミュレーション
    - 運動方程式
    - 回転運動と慣性モーメント
    - シミュレーションの手順
  - 衝突と接触の扱い
  - 多関節体・変形する物体のシミュレーション

演習問題

- Moodle の演習問題を受験する
  - 指定された期限までに解答する
- 今回は、Moodle のプログラミング演習問題も受験する
  - VPL (Virtual Programming Lab) の機能を利用
  - 指定された処理を実現するように、与えられたプログラムの空欄を記述する
  - VPL 上で、コンパイル・実行、評価を行う
  - 評価まで行い、正しく実行されることを確認