コンピュータグラフィックス特論 II

第8回　物理シミュレーション

九州工業大学　尾下 真樹

2021年度

0

今日の内容

- 物理シミュレーションの概要
- 剛体の物理シミュレーション
  - 運動方程式
  - 回転運動と慣性モーメント
  - シミュレーションの手順
- 衝突と接触の扱い
- 多関節体の物理シミュレーション
- 変形する物体の物理シミュレーション

1

物理シミュレーション

- 物理シミュレーション（Physics Simulation）
  - ＝動力学シミュレーション（Dynamics Simulation）
  - 物理法則に従って物体の運動を計算
    - 物理的に正しいアニメーションが生成できる
  - 物体の位置を直接動かすのではなく、力を加えることで間接的に物体が運動する
    - 意図した通りにコントロールすることは難しい
- 物理シミュレーションは、さまざまな用途で用いられる

2

今日の内容

- 物理シミュレーションの概要
- 剛体の物理シミュレーション
  - 運動方程式
  - 回転運動と慣性モーメント
  - シミュレーションの手順
- 衝突と接触の扱い
- 多関節体の物理シミュレーション
- 変形する物体の物理シミュレーション

3

参考書

- 「3DCGアニメーション」
  栗原恒弥・安生健一 著、技術評論社、¥2,980
  - アニメーション技術全般を解説
- ロボット工学 - 機械システムのベクトル解析
  広瀬 茂男著、装華房、¥4,950
  - 剛体・多関節の動力学計算

4

物理シミュレーションの概要

5

物理シミュレーションの応用例(1)

- シミュレータ
  - ロボットや工業製品の評価・設計などに利用
  - なるべく正確なシミュレーションが要求される
  - 必要であれば計算時間がかかっても良い
- アニメーション
  - 映画などへの利用、物理現象による動きの生成
  - 見た目が自然であることが重要(必ずしも物理的に正確でなくても構わない)
  - 結果をコントロールしやすいことも要求される

6

物理シミュレーションの応用例(2)

- コンピュータゲーム
  - アニメーションと同様、見た目が自然で、コントロールしやすいことが重要
  - 高速に計算できることが求められる
- 最近は物理シミュレーションを取り入れたゲームも多く存在
  - カーレース、フライトシミュレータ、弾道計算など
  - 自然な動きを生成しようとすると、物理法則を取り入れるのが最も有効
  - 必要に応じてパラメタやモデルを調整

7

物理シミュレーションの応用例(3)

- ゲームにおける物理シミュレーションの目的
  - ゲームプレイ物理(Game Play Physics)
    - 物理計算を使って乗り物や人物の動きを生成するなど、物理計算がゲーム進行に影響を与えるもの
    - ゲームの難易度等にも影響するため、必ずしも物理的に正確な動きを表現するだけでなく、制作者の意図通りの動きを実現することが要求されることがある
  - 効果物理(Effects Physics)
    - 炎・煙・水面の表現、爆発の効果の表現、やられて落ちる人物の表現など、ゲーム進行には影響しないが、映像のリアリティを増すために物理計算を用いるもの
    - 比較的容易に導入しやすい

8

物理シミュレーションの実現方法

- 汎用のライブラリを使用
  - 最近は、汎用の物理シミュレーションライブラリ(ミドルウェア)が広く利用されている
    - ODE, Bullet, Havok, PhysX, OpenHRP等
      - 市販のコンピュータゲームなどでも使用されている
    - Unity, Unreal 等のゲーム用ミドルウェアも物理演算機能を持つ
    - インタラクティブなアニメーション生成が目的であり、精度は高くない
    - ある程度物理シミュレーションの原理を理解していなければ、使えない
- 自分で開発
  - 基本的な物理シミュレーションの原理や実装はそれほど難しくない
  - 安定性や高速化を実現しようとすると工夫が必要
  - 物理シミュレーションの手法自体に工夫をしたい場合などは、基本的に自作する必要がある

9

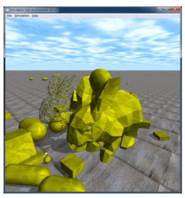
物理シミュレーション ミドルウェア

- ODE(Open Dynamics Engine)
  - フリーで利用可能
  - 剛体(多関節体)の運動シミュレーション
- Bullet
- Havok(Havok社 → Intelが買収)
  - 剛体(多関節体)や粒子の運動シミュレーション・描画
  - グラフィックカード(GPU)を使って高速に計算可能
- PhysX(AGEIA社 → nVidiaが買収)
  - もともとは、専用プロセッサ(カード)を使用
  - グラフィックカード(GPU)でも動作するようになった
- OpenHRP(日本で開発されたロボットシミュレータ)

10

物理シミュレーションミドルウェアの例

- Open Dynamic Engine (ODE)
  - http://www.ode.org
    - ライブラリ+サンプルのソースが公開



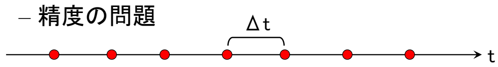
参考書:
簡単!実践! ロボットシミュレーション - Open Dynamics Engineによるロボットプログラミング
出村公成、森北出版、3,360円

11

12

物理シミュレーションの種類

- 解析的なシミュレーション
  - 運動中に外力などが加わらず、運動の軌道が既知の場合（数式などによって表される場合）は、数式にもとづいて運動を計算することが可能
- 数値計算的なシュミレーション
  - 運動中に外力などが加わる場合
  - 解析的には解けないため、各離散時間ステップごとに、外力などを考慮して運動を計算
  - 精度の問題



13

対象となる物体の種類

- 剛体（Rigid Body）
  - ニュートンの運動方程式に従う
  - 質点のみ考えれば良いので比較的簡単
- 多関節体（Articulated Body）
  - ロボット・人体など
- 変形する物体（Deformable Object）
  - 布、クッション、衣服、皮膚、髪の毛など
  - 粒子モデルや有限要素法などを用いて形状変形を計算
- 不定形の物体
  - 炎、雲、水面など
  - 粒子モデル、ボクセルモデルなどを用いて分布を計算

14

対象となる物体の種類

- 剛体（Rigid Body）
  - ニュートンの運動方程
  - 質点のみ考えれば良

対象となる物体の種類に応じて、異なる物理シミュレーション手法やモデルが必要となる

- 多関節体（Articulated Body）
  - ロボット・人体など
- 変形する物体（Deformable Object）
  - 衣服、皮膚、髪の毛など
  - 粒子モデルや有限要素法などを用いて計算
- 不定形の物体
  - 炎、雲、水面など
  - 粒子モデル、ボクセルモデルなどを用いて計算

15

剛体の物理シミュレーション

16

剛体の運動

- 基本的には力学の講義で習った内容の復習
  - 知識としては大学1・2年生レベル
  - 物理シミュレーションのプログラミングを行うために必要な内容を説明
- 剛体の物理シミュレーション
  - 運動方程式
  - 回転と慣性モーメント
  - 接触と衝突

17

運動方程式

- ニュートン・オイラーの運動方程式
  - 並進運動（ニュートンの運動方程式）

運動量　$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$　質量・並進速度

運動方程式　$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$　力　並進加速度

  - 回転運動（オイラーの運動方程式）

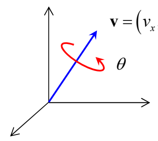
運動量　$\mathbf{L} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$　慣性モーメント行列・回転速度

運動方程式　$\mathbf{N} = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$　トルク　回転加速度

18

回転の表現方法

- 3次元ベクトルによる回転の表現
  - 前回の講義で出てきた、回転軸と回転角度による表現と同じ
  - ベクトルの大きさが回転角度（速度・加速度）を表す



$\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$

$\mathbf{r} = \theta\mathbf{v} = (\theta v_x, \theta v_y, \theta v_z)$

回転角度　$\theta = |\mathbf{r}|$　回転軸　$\mathbf{v} = \dfrac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$

19

回転表現の変換（復習）

- 四元数から回転行列への変換
  - 任意ベクトル周りの回転行列に相当

If the scalar part has value w, and the vector part values x, y, and z, the worked out to be

$$M = \begin{bmatrix} 1-2y^2-2z^2 & 2 \\ 2xy-2wz & 1- \\ 2xz+2wy & 2 \end{bmatrix}$$

when the magnitude $w^2+x^2+y^2+z^2$ equals 1. The

前回の授業で学習した方法で、回転行列への変換が可能
ただし、回転角度・速度・加速度の大きさが 180（π）を超える場合は、回転行列への変換はできない

Ken Shoemake, "Animating Rotation with Quaternion Curves", Proc. of SIGGRAPH '85, pp. 245-254, 1985. より

20

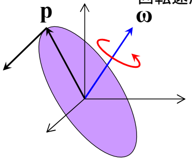
回転の表現方法の注意

- 回転角度が0になると、回転ベクトルも0となり、回転軸の情報が消失してしまう
  - 回転角度が0のときには、回転の情報には意味がないため、回転軸は任意の向きで構わない
  - プログラム的には、回転軸を求めるために正規化を行おうとすると、ゼロ割が生じて（無限大になって）しまい、問題が生じる
  - そのため、例えば、回転角度（ベクトルの長さ）が0のときは、正規化は行わず、適当な回転軸を設定する、といった対応を行う

21

並進運動と回転運動

- 並進運動と回転運動の関係
  - 回転速度 $\boldsymbol{\omega}$ から、外積計算により、任意の点の並進速度 $\mathbf{v}$ を計算できる
  - 力や運動量に関しても同様



22

慣性モーメント行列

- 慣性モーメント行列
  - 質量の回転版
  - 回転速度に応じてどれだけの回転運動量を持つかを表す
  - 3×3の対称行列になる

運動量

$$\mathbf{L} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \qquad \mathbf{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{xx} & -\mathbf{I}_{xy} & -\mathbf{I}_{xz} \\ -\mathbf{I}_{xy} & \mathbf{I}_{yy} & -\mathbf{I}_{yz} \\ -\mathbf{I}_{xz} & -\mathbf{I}_{yz} & \mathbf{I}_{zz} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

23

慣性モーメント行列の計算

- 次の体積分により計算できる

$$\mathbf{I}=\begin{pmatrix}\mathbf{I}_{xx} & -\mathbf{I}_{xy} & -\mathbf{I}_{xz}\\ -\mathbf{I}_{xy} & \mathbf{I}_{yy} & -\mathbf{I}_{yz}\\ -\mathbf{I}_{xz} & -\mathbf{I}_{yz} & \mathbf{I}_{zz}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\iiint(y^2+z^2)dxdydz & -\iiint(xy)dxdydz & -\iiint(xz)dxdydz\\ -\iiint(xy)dxdydz & \iiint(x^2+z^2)dxdydz & -\iiint(yz)dxdydz\\ -\iiint(xz)dxdydz & -\iiint(yz)dxdydz & \iiint(x^2+y^2)dxdydz\end{pmatrix}$$

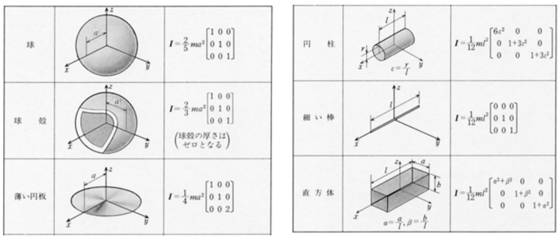
  - 基本的な形状に関しては数学的に解ける
  - 任意形状の体積分はやや複雑になる
- ワールド座標系での慣性モーメント行列

$\mathbf{I}'=\mathbf{R}\mathbf{I}\mathbf{R}^T$ 物体の回転行列 $\mathbf{R}$ により計算

24

基本的な形状の慣性モーメント

- 球、球殻、円板、円柱、棒、直方体

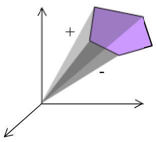


広瀬茂男, “ロボット工学”, 裳華房, p. 62 より

25

任意の形状の慣性モーメント

- ポリゴンモデルの慣性モーメントの計算方法
  - Sheue-ling Lien and James T. Kajiya, "A Symbolic Method for Calculationg the Integral Properties of Arbitrary Nonconvex Polyhedra“, *IEEE Cimputer Graphics & Applications*, Octover 1984, pp.35-41
  - 各ポリゴンごとに、三角すいとして体積分し、面の表裏に応じて加算・減算していく



26

運動の生成

- 物体は、外部から力が加えられなければ、等速運動を続ける
- 物体を運動させるためには、運動に必要な力を計算して、力を加える必要がある
  - 例：飛行機であれば、プロペラやジェットなどの推進力を計算（エンジンのモデルが必要？）
- 衝突や接触による外部からの影響も重要
  - 何も処理を行わなければ、物体同士がめり込んでしまい、非常に不自然に見えてしまう
  - 衝突や接触の処理方法については、後述

27

剛体の運動のシミュレーション

- ある時刻において物体に加わる力・トルクから並進・回転加速度が計算される

$$\mathbf{a}=\frac{1}{m}\mathbf{F} \qquad \dot{\boldsymbol{\omega}}=\mathbf{I}^{-1}\left(\mathbf{N}-\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}\right)$$

- 加速度を積分することで微小時刻における運動（位置・向きの変化）が計算できる（ニュートン法）

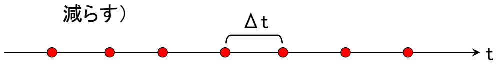
並進速度 $\mathbf{v}'=\mathbf{v}+\mathbf{a}\Delta t$ 回転速度 $\boldsymbol{\omega}'=\boldsymbol{\omega}+\dot{\boldsymbol{\omega}}\Delta t$

位置 $\mathbf{p}'=\mathbf{p}+\mathbf{v}'\Delta t$ 向き $\mathbf{R}'=\mathbf{M}\left(\Delta t\boldsymbol{\omega}\right)\mathbf{R}$

28

コンピュータによるシミュレーション

- コンピュータでシミュレーションを行う場合は、離散時間でのシミュレーションになる
  - 適当な時間間隔 Δt ごとに計算
    - 物体に加わる力を決め、力に応じた位置・速度変化を計算
  - Δt は固定の場合と、動的に変化させる場合がある（次の2種類の目的がある）
    - 精度が必要な状況で、Δt を小さくする
    - 速度が必要な状況で、Δt を大きくする（計算回数を減らす）



29

シミュレーションの手順

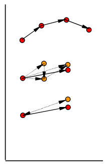
- 時間間隔 Δt ごとに、以下を繰り返し
  1. t＝t＋Δt
  2. 現在の時刻に各剛体に働く力・トルクを求める
     F, N
  3. 力・トルクより、各剛体の位置・向きを更新
     F, N → **v, p, ω, R**
  4. 物体同士の衝突による速度変化を計算
     v, ω → **v′, ω′**
  5. 物体同士の接触を処理
     v, p, ω, R → **v′, p′, ω′, R′**

※ 詳細は、数値積分の方法や衝突・接触の処理方法によって変わる

30

シミュレーションの数値積分手法

- ニュートン法（ニュートン・オイラー法）
  - Δt が大きくなると、すぐに発散してしまう
- ルンゲ・クッタ法
  - 各ステップにおいて、中間点での位置・速度を計算し、計算結果を補正する方法
  - 1回のステップに4回の積分計算が必要
- 後退オイラー法
  - ステップの計算後の状態から、時間を逆に戻して、計算結果を補正する方法
  - 下の2つの方法も、発散しにくくなくなるだけで、必ずしも計算結果が正確になる訳ではないことに注意



31

シミュレーションの速度

- リアルタイム・シミュレーション
  - 現実世界と同じ速度でシミュレーションが進行
  - 秒間10フレーム以上（30フレーム以上が理想）
- インタラクティブ・シミュレーション
  - 対話的に操作できる程度の速度で動作
  - 必ずしも、現実世界の時間とは一致しない
  - 最低秒間数フレーム～10フレーム以上
- オフライン・シミュレーション
  - 計算にかなりの時間がかかる
  - 1フレーム数秒～数時間

32

今日の内容

- 物理シミュレーションの概要
- 剛体の物理シミュレーション
  - 運動方程式
  - 回転運動と慣性モーメント
  - シミュレーションの手順
- 衝突と接触の扱い
- 多関節体の物理シミュレーション
- 変形する物体の物理シミュレーション

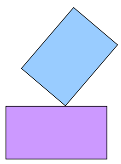
33

衝突と接触の扱い

34

衝突と接触

- 衝突と接触の2つを区別して扱うのが一般的
- 衝突（ごく短時間の接触）
  - 物体同士が初めて接触
  - 運動量保存の法則により、衝突による速度変化を計算
- 接触
  - 物体同士が継続的に接触
  - 物体同士がめり込まないように、位置・速度・加速度・力の変化を計算



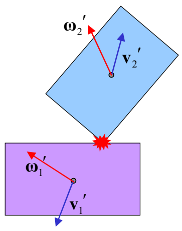
35

衝突の計算（1）

- 物体同士が衝突した後の、各物体の速度（並進速度・回転速度）を計算
  - 並進速度

    $\mathbf{v}_1 \rightarrow \mathbf{v}_1' \qquad \mathbf{v}_2 \rightarrow \mathbf{v}_2'$
  - 回転速度

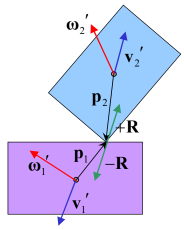
    $\boldsymbol{\omega}_1 \rightarrow \boldsymbol{\omega}_1' \qquad \boldsymbol{\omega}_2 \rightarrow \boldsymbol{\omega}_2'$



36

衝突の計算（2）

- 衝突点での衝撃 R と、衝突後の両物体の速度・回転速度の方程式を立てる（続き）
  - 未知数は、5ベクトル×3次元=15
    - 解くためには15個の式が必要
  - 参考文献：
    Matthew Moore, Jane Wilhelms, "Collision Detection and Response for Computer Animation", Computer Graphics (SIGGRAPH '88), Vol. 22, No. 4, 1988.



37

衝突の計算（3）

- 衝突点での衝撃 R と、衝突後の両物体の速度・回転速度の方程式を立てる

$$m_1\mathbf{v}_1' = m_1\mathbf{v}_1 + \mathbf{R}$$
$$m_2\mathbf{v}_2' = m_2\mathbf{v}_2 - \mathbf{R}$$

衝突後の並進速度（衝撃による速度変化）

$$\mathbf{I}_1\boldsymbol{\omega}_1' = \mathbf{I}_1\boldsymbol{\omega}_1 + \mathbf{p}_1 \times \mathbf{R}$$
$$\mathbf{I}_2\boldsymbol{\omega}_2' = \mathbf{I}_2\boldsymbol{\omega}_2 - \mathbf{p}_2 \times \mathbf{R}$$

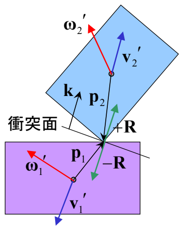
衝突後の回転速度（衝撃による速度変化）

$$\mathbf{R}\cdot\mathbf{i} = 0,\ \mathbf{R}\cdot\mathbf{j} = 0$$

衝撃の方向

$$\left(\mathbf{v}_2' + \boldsymbol{\omega}_2' \times \mathbf{p}_2 - \mathbf{v}_1' - \boldsymbol{\omega}_1' \times \mathbf{p}_2\right)\cdot\mathbf{k} = 0$$

衝突点における速度の差がゼロ



38

衝突の計算（4）

- 衝突点での衝撃 R と、衝突後の両物体の速度・回転速度の方程式を解く
  - 式全体を15×15次元の行列として表し、逆行列を解くことで、全ての未知数が計算できる
    - 逆行列は、LU分解などの一般的な方法で計算可能

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \mathbf{I}_1 & 0 & -\mathbf{p}_1^* \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{I}_2 & \mathbf{p}_2^* \\ -1 & 1 & -\mathbf{p}_1^* & \mathbf{p}_2^* & \mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1' \\ \mathbf{v}_2' \\ \boldsymbol{\omega}_1' \\ \boldsymbol{\omega}_2' \\ \mathbf{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1\mathbf{v}_1 \\ m_2\mathbf{v}_2 \\ \mathbf{I}_1\boldsymbol{\omega}_1 \\ \mathbf{I}_2\boldsymbol{\omega}_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

一番下の行は適当（正しく書くと細かくなるので）

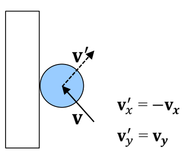
$$\mathbf{p}^* = \begin{pmatrix} 0 & -\mathbf{p}_z & -\mathbf{p}_y \\ -\mathbf{p}_z & 0 & -\mathbf{p}_x \\ -\mathbf{p}_y & -\mathbf{p}_x & 0 \end{pmatrix}$$

外積計算を表す行列

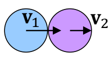
39

参考：簡易的な衝突計算

- 物体の回転を考慮せず、並進速度のみの計算であれば、簡単な式で計算できる
  - 高校物理レベルの計算



$$v_x' = -v_x$$
$$v_y' = v_y$$



$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = m_1\mathbf{v}_1' + m_2\mathbf{v}_2'$$

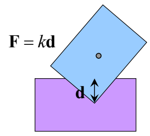
$$\frac{\mathbf{v}_1' - \mathbf{v}_2'}{\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2} = 1$$

こういった簡易的な衝突計算は、限られた用途にしか使えず、一般的には正確な衝突計算を行う必要がある

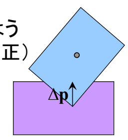
40

接触の計算

- 主に2種類の方法がある
- ペナルティ法
  - めり込みの深さに応じて力を加える
  - 適当なバネ係数を決める
  - 正確さは保障されないが、処理は容易



- コンストレイント法（制約法）
  - めり込みが起こらない位置まで移動するような力を加える（または位置・速度を直接修正）
  - 計算が複雑になる、物理法則が崩れる
  - 複雑なめり込みに対処するのが困難



41

多関節体の物理シミュレーション

42

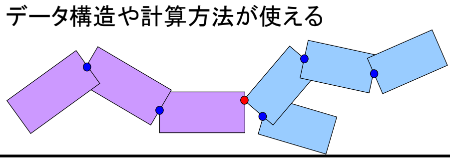
多関節体のシミュレーション

- 運動方程式
  - 基本的には、複数の剛体として扱うことができる
  - 関節点での拘束条件（関節で剛体同士が常に接触）を考慮
  - 各種の運動を計算するときは、関節の拘束条件を考慮し、全身で運動を計算する必要がある

43

多関節体の衝突計算

- 高次元の行列計算
  - 衝突点における条件の式に加えて、全関節における拘束条件の式を追加し、連立方程式として解く必要がある
    - 関節点での未知数15 ＋ 互いの関節数×6
  - 高次元の疎行列になるので、疎行列に向いたデータ構造や計算方法が使える



44

多関節体のシミュレーション方法

- 主に2種類の方法がある
- 剛体シミュレーションにより計算
  - 各リンクの位置・向きにより状態を表現
  - 各リンクの運動をばらばらに計算し、その後、関節間の拘束条件を保つように制約を適用する
- 多関節体全体で計算
  - 各関節の関節角度により状態を表現
  - 常に拘束条件を満たすように全身の動きを計算
  - 結果的に、計算に時間がかかってしまう

45

多関節体のシミュレーション方法

- 主に2種類の方法がある
- 剛体シミュレーションにより計算

現在は、単純な物理シミュレーションだけの用途であれば、こちらの方法が主流

- 多関節体全体で計算

以降の説明は、主にこちらの方法での説明
ロボット制御などで、多関節体の運動を解析するためには、こちらの方法も必須

46

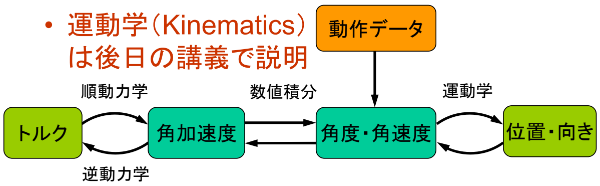
多関節体の運動計算

- 順動力学（Forward Dynamics）
  - 全関節に加わるトルクから、運動を計算する
  - 計算には比較的時間がかかる
- 逆動力学（Inverse Dynamics）
  - 目標として与えられた運動（角加速度）から、その運動の実現に必要なトルクを逆算する
  - ロボットや人体モデルの制御などで必要になる
  - こちらは比較的高速に計算できる

47

多関節体の動力学

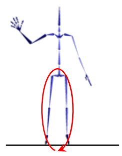
- 順動力学(Forward Dynamics)
  - 全関節のトルクから加速度の変化を計算
- 逆動力学(Inverse Dynamics)
  - 全関節の加速度から必要なトルクを計算
- 運動学(Kinematics)は後日の講義で説明



48

多関節体の逆動力学計算

- 開ループ構造の逆動力学計算
- 主に2つの解法がある
  - ラグランジュ法
    - 各体節の運動エネルギーをもとに計算
  - ニュートン・オイラー法
    - 各体節の加速度とトルクにより計算
    - 高速



閉ループ

- 閉ループ構造の場合は、拘束条件を考慮して次元を減らした状態で計算する必要がある

49

多関節体の逆動力学計算

- 逆動力学計算の式

$$\underbrace{\tau}_{\text{必要トルク}} = H(\theta)\underbrace{\ddot{\theta}}_{\text{角加速度}} + C(\theta,\dot{\theta}) + G(\theta) + K(\theta)F$$

- ニュートン・オイラー法
  1. 順方向計算
     - 支点から末端に向かって、各関節の加速度を加算
  2. 逆方向計算
     - 末端から支点に向かって、各関節の必要トルクを減算

50

多関節体の順動力学計算

- 単純な計算方法
  - 逆動力学計算を繰り返すことによって、逆動力学計算式の各行列を求めることができる

$$\tau = H(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta,\dot{\theta}) + G(\theta) + K(\theta)F$$

  - 逆行列を計算することで、順動力学の式を得る

$$\ddot{\theta} = H(\theta)^{-1}\left(C(\theta,\dot{\theta}) + G(\theta) + K(\theta)F - \tau\right)$$

- より高速な計算方法もある(説明は省略)

51

多関節体の動作生成

- 物理シミュレーション自体は、順動力学により実現可能
- 人間の場合は、どのような状況でどのようなトルクが関節に生じるか、という運動モデルが未知

$$\ddot{\theta} = H(\theta)^{-1}\left(C(\theta,\dot{\theta}) + G(\theta) + K(\theta)F - \tau\right)$$

  - 高いところから落ちる動作など、ほとんど自力で運動できないような状況であれば、シミュレーション可能
  - 比較的単純な動作であれば、ロボットのコントローラなどを応用することで、実現可能
- 人間らしい運動を実現するためには、運動モデルや筋肉モデル(トルク特性)を考慮する必要がある

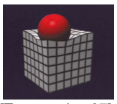
52

変形する物体の物理シミュレーション

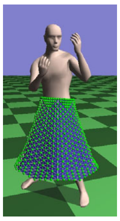
53

変形する物体の運動計算

- 変形する物体（Deformable Object）
  - 衣服、皮膚、髪の毛など
  - 粒子モデルや有限要素法などの手法
    - 物体を細かい要素に分ける
    - 各時刻において、各要素に働く力を計算
      - 有限要素法では、要素に働く力を積分により求める
      - 粒子モデルでは、要素を点とみなして力を計算
    - 力から変形（加速度）を計算
- 詳しい説明は省略



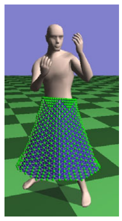
[Terzopoulos 87]



54

変形する物体の運動計算の例

- 粒子モデルによる衣服シミュレーション
  - 衣服を格子状の粒子（質点）のつながりで表す
    - 隣り合う粒子間は、ばねでつながっているものとする
  - 粒子に働く力を定義
    - 隣接する粒子間の長さを一定に保とうとする力（ばねの力）
    - 衣服が曲がったときに戻ろうとする力
    - 重力
    - 人体からの反発力
  - 各フレームにおける力の和から、粒子の加速度を計算



55

物理シミュレーションの最新技術

- 物理シミュレーションの原理は古くから確立
- 複雑な状況でも高速・安定した計算を実現することは、現在でも難しい課題
  - 特に衝突・接触が多く発生するような状況
- データにもとづくシミュレーション
  - 与えられたデータにもとづいて高速なシミュレーションを実現
    - 次元削減や既存のデータをつなげた結果生成など
  - 機械学習を応用した人体の運動モデル

56

まとめ

- 物理シミュレーションの概要
- 剛体の物理シミュレーション
  - 運動方程式
  - 回転運動と慣性モーメント
  - シミュレーションの手順
- 衝突と接触の扱い
- 多関節体の物理シミュレーション
- 変形する物体の物理シミュレーション

57

次回予告

- 衝突判定
  - 近似形状による衝突判定
  - 空間インデックス
  - ポリゴンモデル同士の衝突判定
- ピッキング
  - サンプルプログラム
  - スクリーン座標系での判定
  - ワールド座標系での判定
  - レポート課題

58